

*На правах рукописи*



Трубачева Ольга Сергеевна

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ВЫЗВАННОЙ  
ПОЛЯРИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫХ  
АППРОКСИМАЦИЙ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

**Автореферат**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Новосибирск – 2020

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный технический университет»

Научный руководитель: **Персова Марина Геннадьевна**  
доктор технических наук, профессор

Официальные оппоненты: Куликов Виктор Александрович, доктор геолого-минералогических наук, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», г. Москва, геологический факультет, кафедра геофизических методов исследования земной коры, профессор;

Белая Анастасия Александровна, кандидат технических наук, Закрытое акционерное общество «Аэрогеофизическая разведка», г. Новосибирск, лаборатория математического моделирования, заведующий

Ведущая организация Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск

Защита диссертации состоится «29» декабря 2020 г. в 14<sup>00</sup> часов в конференц-зале на заседании диссертационного совета Д 212.173.06 при Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» по адресу 630073, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Новосибирского государственного технического университета и на сайте [www.nstu.ru](http://www.nstu.ru)

Автореферат разослан «\_\_» ноября 2020г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
Д 212.173.06



Андрей Владимирович  
Фаддеенков

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

В основе метода вызванной поляризации (ВП) лежит изучение вторичных электрических полей, возникающих в среде при пропускании через нее электрического тока. Метод ВП чаще всего применяется в рудной геофизике. Также он используется для поиска нефтегазовых месторождений – с его помощью пытаются обнаружить залежи углеводородов по изменениям свойств породы над ними.

Первые успешные работы по обнаружению полезных ископаемых с помощью метода ВП основывались на качественном анализе. Выводы о наличии полезных ископаемых делались на основании обнаружения областей с более высокими значениями поля ВП. Сегодня накоплен большой практический опыт, опираясь на который можно утверждать, что получение более точной информации о параметрах ВП позволит значительно улучшить качество геофизического прогноза.

Для увеличения разрешающей способности и результативности метода ВП необходимы такие методы обработки наблюдаемых данных, которые позволят с хорошей точностью определять количественные значения параметров начальной поляризации и функций спада. Возникает потребность в разработке программно-математического аппарата на основе высокоточных методов численного моделирования, позволяющего не только рассчитывать поля ВП в неоднородных средах сложной структуры, но и автоматически интерпретировать практические данные. Под интерпретацией практических данных подразумевается восстановление структуры исследуемой среды по снятым данным, что и является основной задачей геологоразведки.

В настоящее время есть две основные математические модели, используемые для моделирования полей ВП. Наиболее распространенной является модель Cole-Cole (Cole K.S., Cole R.H., В.В. Кормильцев, Б.С. Светов и др.). Она является феноменологической и основана на зависимости проводимости от частоты поля. Вторая модель основана на задании ЭДС ВП. Эта модель была разработана на основании многочисленных опытов по исследованию физической природы вызванной поляризации, которые показали, что электрическое поле и токи ВП порождаются процессами, дающими источники, которые в задачах электромагнетизма принято квалифицировать как сторонние ЭДС (В.А. Комаров).

На сегодняшний день уже существуют программные комплексы, позволяющие решать обратные задачи ВП, но они чаще всего основаны на использовании одномерной инверсии, например, работы Антонова Е.Ю., Кожевникова Н.О. При использовании одномерной инверсии параметры среды восстанавливаются под каждой точкой наблюдений независимо от всех остальных

точек. В дальнейшем, на основании полученных данных, выполняется «сшивка» и строится единое трехмерное распределение параметров среды, которое нередко оказывается довольно далеким от истинного. Одномерная инверсия применима только для сред простой структуры. Очень многие реальные данные не могут быть адекватно проинтерпретированы с помощью одномерной инверсии. Использование одномерных подходов может приводить к определению ложных структур или, наоборот, к маскировке объектов, которые представляют потенциальный интерес.

Двумерная инверсия данных ВП дает хороший результат при условии, что среда имеет преимущественно двумерный характер. Опубликованные работы по двумерной инверсии авторов Abubakar A., Blaschek R., Hönig M., Li M., Loke M.H., Toumelin E. продемонстрировали, что такая интерпретация применима для довольно широкого класса реальных задач. Однако двумерная инверсия не дает удовлетворительных результатов при ее использовании для восстановления многих трехмерных геоэлектрических структур.

В таких ситуациях необходимы трехмерные методы решения обратных задач. Разработкой таких методов занимаются многие исследователи, например, Commer M., Cox L.H., Haber E., Li Y., Marchant D., Oldenburg D.W., Zhdanov, M.S., Персова М.Г. Соловейчик Ю. Г. Основные трудности, возникающие при решении трехмерных обратных задач, связаны с необходимостью решения большого количества прямых трехмерных задач. От эффективности подходов к моделированию распределения электрического поля в трехмерной среде зависит общая эффективность разрабатываемого метода интерпретации данных.

Решая обратные задачи ВП, большинство исследователей для моделирования распределения электрического поля в трехмерной среде используют феноменологическую модель Cole – Cole, это приводит к огромным вычислительным затратам. В данной работе используется метод моделирования поля ВП, основанный на задании ЭДС ВП, который открывает перспективы для разработки гораздо более вычислительно эффективных подходов к решению обратных трехмерных задач ВП.

### **Цели и задачи исследования**

Целью исследования является разработка метода и алгоритмов трехмерной геометрической инверсии данных вызванной поляризации, а также реализующего их программного комплекса.

Для достижения этой цели были решены следующие **задачи**:

1. Разработана математическая модель для расчета поля вызванной поляризации при изменении геометрических параметров. На основании данной модели вычисляются функции чувствительности, используемые в процессе

выполнения трехмерной геометрической инверсии данных вызванной поляризации.

2. Разработан алгоритм геометрической 3D-инверсии данных вызванной поляризации, включая параметризацию геоэлектрической модели в зависимости от системы наблюдений и адаптивную регуляризацию.

3. Разработана вычислительная схема расчета полей влияния параметров геоэлектрической модели, используемых в процессе выполнения трехмерной геометрической инверсии данных вызванной поляризации.

4. Разработаны программные модули моделирования поля вызванной поляризации в средах с трехмерными объектами.

5. Разработаны программные модули 3D-инверсии данных вызванной поляризации с возможностью подбора геометрических параметров аномальных по поляризуемости 3D-объектов и поляризуемости в этих объектах.

### **Методология и методы исследования**

При разработке методов и программного обеспечения использовалась математическая модель, основанная на системе уравнений Максвелла, и модель вызванной поляризации с источником в виде ЭДС и логарифмической функцией спада, а также численные методы: метод конечных элементов, метод Гаусса-Ньютона с регуляризацией, прямые и итерационные методы решения больших систем уравнений.

### **Научная новизна**

1. Предложен новый способ вычисления функций чувствительности при реализации трехмерной геометрической инверсии данных ВП.

2. Предложен новый алгоритм восстановления границ аномальных по поляризуемости трехмерных структур и параметров поляризации в них по измеренному на дневной поверхности полю вызванной поляризации, включающий параметризацию геоэлектрической модели в зависимости от системы наблюдений и адаптивную регуляризацию.

3. Разработан новый метод расчета полей влияния параметров геоэлектрической модели, используемых в процессе выполнения трехмерной геометрической инверсии данных ВП.

4. Разработан программный комплекс, позволяющий выполнять трехмерную геометрическую инверсию данных ВП.

### **На защиту выносятся**

1. Математические модели для расчета полей ВП и функций чувствительности к изменениям геометрических параметров восстанавливаемых геоэлектрических сред.

2. Алгоритм геометрической 3D-инверсии данных вызванной поляризации, включая параметризацию геоэлектрической модели в зависимости от системы наблюдений и адаптивную регуляризацию.

3. Вычислительная схема расчета полей влияния параметров геоэлектрической модели, используемых в процессе выполнения трехмерной геометрической инверсии данных ВП.

4. Программный комплекс, реализующий трехмерную геометрическую инверсию данных ВП.

#### **Достоверность результатов**

Процедуры решения прямой задачи верифицированы путем сравнения с результатами работы программ других авторов и решением задачи в различных постановках. Разработанная программа решения задачи восстановления границ аномальных по поляризуемости трехмерных структур и параметров поляризации в них по измеренному на дневной поверхности полю вызванной поляризации протестирована на синтетических данных, полученных с помощью конечноэлементного моделирования трехмерного поля вызванной поляризации.

#### **Практическая значимость работы и реализация результатов**

Разработанная программа геометрической 3D-инверсии данных вызванной поляризации и предложенный метод параметризации геоэлектрической модели в зависимости от системы наблюдений может применяться как для обработки практических данных, получаемых в результате наземной съемки методом ВП, когда вклад от поля ВП в измеряемый сигнал значителен, так и для обработки данных морской разведки, когда ВП вносит малый вклад в измеряемый сигнал.

#### **Личный вклад**

Лично автором разработана математическая модель для расчета поля ВП при изменении геометрических параметров, вычислительная схема 3D-инверсии данных вызванной поляризации с возможностью подбора геометрических параметров аномальных по поляризуемости 3D-объектов и поляризуемости в этих объектах. Выполнена программная реализация алгоритма расчета трехмерных полей вызванной поляризации, полей влияния параметров восстанавливаемых 3D-объектов и программная реализация вычислительной схемы 3D-инверсии. Проведены расчеты электромагнитных полей и полей ВП в трехмерных средах с поляризующимися объектами и выполнены 3D-инверсии данных ВП.

#### **Апробация работы**

Основные результаты работы были представлены на XII, XIII, XIV международной конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения» АПЭП-2014, АПЭП-2016, АПЭП-2018 (Новосибирск, 2014, 2016, 2018); международной конференции «Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики» АПВПМ-2015 (Новосибирск, 2015);

на 11-м международном форуме по стратегическим технологиям IFOST-2016 (Новосибирск, 2016); на 21-ой конференции по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа «Геомодель-2019» (EAGE) (Геленджик, 2019); на зарубежной конференции EAGE: 22nd European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics Near Surface Geoscience 2016 (First Conference on Geophysics for Mineral Exploration and Mining) (Barcelona, Spain, 2016); на всероссийской научной конференции молодых ученых «Наука. Технологии. Инновации» (Новосибирск, 2013, 2015); на российской научно-технической конференции «Инновации и научно-техническое творчество молодежи» (Новосибирск, 2014).

Работа проводилась в рамках прикладных научных исследований, выполняемых при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (НИЛ «Моделирование и обработка данных наукоемких технологий»).

### **Публикации**

По результатам выполненных исследований лично и в соавторстве опубликовано 18 работ, в том числе 3 статьи в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендуемых ВАК, 1 статья в журнале, индексируемом в международных информационно-аналитических системах научного цитирования Web of Science (квартиль Q2) и Scopus (квартиль Q2), 5 научных публикаций, индексируемых в международных информационно-аналитических системах научного цитирования Web of Science и/или Scopus, 7 работ, опубликованных в других изданиях и в сборниках трудов конференций, 2 свидетельства о регистрации программ для ЭВМ в ФИПС Роспатент.

### **Структура работы**

Диссертационная работа состоит из введения, 5 глав, заключения, списка литературы (148 наименований) и двух приложений. Общий объем диссертации - 156 страниц, в том числе 105 рисунков и 13 таблиц.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Первая глава** содержит описание математического аппарата, используемого для моделирования поля вызванной поляризации в трехмерной среде. В ней приводится математическая модель, описывающая процессы вызванной поляризации, вариационная постановка, построение дискретного аналога с использованием узлового МКЭ.

При исследовании процессов ВП будем исходить из того, что источниками поля ВП являются распределенные в среде источники токов  $f^{IP}$ . Будем считать, что эти источники порождаются токами  $\vec{J}^0 = \sigma \vec{E}^0$  поляризующего поля и в самом

общем случае связаны с ним соотношением  $f^{IP} = \text{div}(\alpha(x, y, z)\beta(x, y, z, t)\vec{J}^0)$ , где  $\alpha$  – параметры поляризуемости, а коэффициенты  $\beta$  – параметры спада ВП. Обозначим через  $\vec{J}^{IP}$  токи, порождаемые источниками  $f^{IP}$ . Эти токи связаны с напряженностью электрического поля ВП и его потенциалом  $V^{IP}$  стандартными соотношениями  $\vec{J}^{IP} = \sigma \vec{E}^{IP} = -\sigma \text{grad} V^{IP}$ . Сформулируем для потенциала  $V^{IP}$  краевую задачу, позволяющую вычислять его в любых точках области  $\Omega$ . Для этого воспользуемся законом неразрывности токов  $\text{div}(\vec{J}^{IP} - \alpha(x, y, z)\beta(x, y, z, t)\vec{J}^0) = 0$ . Тогда для потенциала  $V^{IP}$  поля ВП может быть сформулирована краевая задача для уравнения  $-\text{div}(\sigma \text{grad} V^{IP}) = \text{div}(\alpha(x, y, z)\beta(x, y, z, t)\sigma \vec{E}^0)$  с краевыми условиями, совпадающими с краевыми условиями для потенциала  $V^0$  поляризующего поля.

Считаем, что задача ВП решается в среде, содержащей  $K$  поляризующихся горизонтальных слоев или трехмерных объектов. Считаем, что каждый слой или объект  $\Omega_k$  характеризуется коэффициентом поляризуемости  $\alpha_k = \text{const}$  и параметром спада  $\beta_k = \beta_k(t)$ ,  $k = 1, \dots, K$ .

Тогда поле, описывающее процесс ВП, в среде  $\Omega$  с учетом поляризуемости всех ее слоев и объектов может быть представлено в виде  $V^{IP} = \sum_k \alpha_k \beta_k(t) W_k^{IP}$ ,

поле  $W_k^{IP}$  может быть найдено как решение задачи

$$-\text{div}(\sigma \text{grad} W_k^{IP}) = -\text{div}(\delta_k \sigma \text{grad} V^0), \text{ где } \delta_k = \begin{cases} 1 & \text{для } \Omega_k, \\ 0 & \text{для } \Omega \setminus \Omega_k. \end{cases}$$

Для нахождения распределения потенциала  $V^0$  поляризующего поля, возбуждаемого токовой линией АВ, воспользуемся технологией выделения поля. Будем искать  $V^0$  в виде суммы двух функций  $V_{GC}^0$  и  $V^+$ , где  $V_{GC}^0$  – электрический потенциал, описывающий поле в среде без трехмерных объектов. Функцию  $V_{GC}^0$  найдем, решив уравнение  $-\text{div}(\sigma^0 \text{grad} V_{GC}^0) = f^0$ . Так как  $f^0 = f_A^0 + f_B^0$ , то

$$V_{GC}^0 = V_{RZ}^0(\sqrt{(x-x^b)^2 + (y-y^b)^2}, z) - V_{RZ}^0(\sqrt{(x-x^a)^2 + (y-y^a)^2}, z),$$

где  $A(x^a, y^a, z^a), B(x^b, y^b, z^b)$  – точки, в которых действуют точечные источники,  $V_{RZ}^0$  – решение осесимметричной задачи с точечным источником в горизонтально-слоистой среде. Добавочное поле найдем, решив трехмерную краевую задачу для уравнения:  $-\text{div}(\sigma \text{grad} V^+) = -\text{div}((\sigma^0 - \sigma) \text{grad} V_{GC}^0)$ .



**Вторая глава** диссертационной работы посвящена описанию математического аппарата для решения обратной задачи вызванной поляризации. В начале главы приводится вычислительная схема решения задачи поиска поляризуемости в ячеистой структуре, затем рассматривается разработанный алгоритм трехмерной геометрической инверсии, включая описание регуляризации и параметризации геоэлектрической модели с учетом системы наблюдений.

При поиске поляризуемости в ячеистой структуре с фиксированными границами значения поляризуемости восстанавливаются в ячейках ( $M$  – общее количество ячеек). В каждой из ячеек определяется свое значение поляризуемости. Поиск параметров поляризуемости при фиксированных значениях коэффициентов проводимости среды  $\sigma_k$  и параметров спада  $\beta_k = \beta_k(t)$  ( $k = 1, \dots, K$ ,  $K$  – количество поляризующихся слоев и объектов в исследуемой среде) выполняется путем минимизации функционала:

$$\Phi(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p (\omega_{il} (\Delta V_i(t_l) - \Delta \tilde{V}_i(t_l)))^2 + \sum_{m=1}^M \gamma_m (\alpha_m - \alpha_m^0)^2, \quad (1)$$

где  $\Delta \tilde{V}_i(t_l)$  – сигналы ВП, измеренные на  $i$ -й приемной линии в момент времени  $t_l$ ,  $\Delta V_i(t_l)$  – теоретические сигналы, получаемые в результате решения прямой трехмерной задачи,  $\gamma_m$  – параметры регуляризации,  $\alpha_m^0$  – значения параметров поляризуемости, к которым «притягиваются» искомые параметры  $\alpha_m$ ,  $\omega_{il}$  – некоторые веса,  $M$  – количество искомым параметров  $\alpha_m$ . Сигналы ВП могут быть представлены в виде

$$\Delta V_i(t_l) = \sum_{m=1}^M \alpha_m \beta_m(t_l) \Delta W_{im}, \quad (2)$$

где  $\Delta W_{im}$  – значения сигнала ВП в  $i$ -м приемнике при единичной поляризации подобласти  $\Omega_m$ , рассчитанные с использованием функций  $W_m(x, y, z)$ . Функции  $W_m$  удовлетворяют краевой задаче для уравнения

$$-\text{div}(\sigma \text{grad} W_m) = -\text{div}(\delta_m \sigma \text{grad} V^0), \quad (3)$$

в котором  $V^0$  – потенциал поляризующего поля,  $\sigma$  – проводимость, а  $\delta_m = \begin{cases} 1 & \text{для } \Omega_m, \\ 0 & \text{для } \Omega \setminus \Omega_m, \end{cases}$  – индикатор подобласти  $\Omega_m$ .

Минимизация функционала (1) по  $\mathbf{a} = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)^T$  эквивалентна решению СЛАУ

$$(\mathbf{A} + \mathbf{\Gamma})\mathbf{a} = \mathbf{b} + \mathbf{\Gamma}\mathbf{a}^0, \quad \Gamma_{qs} = \begin{cases} \gamma_q, & q = s, \\ 0, & q \neq s, \end{cases}$$

$$A_{qs} = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \beta_q(t_l) \Delta W_{iq} \beta_s(t_l) \Delta W_{is}, \quad b_q = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \beta_q(t_l) \Delta W_{iq} \Delta \tilde{V}_i(t_l), \quad q, s = 1 \dots M.$$

При выполнении геометрической инверсии исследуемая область на начальном этапе разбивается на крупные подобласти ( $M$  – общее количество подобластей). Вектор искомых параметров кроме параметров поляризуемости включает геометрические параметры:  $\mathbf{b} = \{\alpha_1, \dots, \alpha_M, \Delta x_1, \dots, \Delta x_K\}$ , где  $\alpha_1, \dots, \alpha_M$  – значения поляризуемости в каждой подобласти,  $\Delta x_1, \dots, \Delta x_K$  – смещение границ подобластей относительно предыдущего разбиения по оси  $X$ ,  $\Delta \tilde{V}_i(t_l)$  – сигналы ВП, измеренные на  $i$ -ой приемной линии в момент времени  $t_l$ ,  $\Delta V_i(t_l)$  – теоретические сигналы, рассчитанные при решении прямой трехмерной задачи для определенного набора  $b_m$  ( $m = 1 \dots M + K$ ),  $\gamma_m$  – параметры регуляризации,  $\omega_{il}$  – веса,  $K$  – количество подобластей, для которых граница может быть сдвинута. Параметры  $b_m$  ищутся путем минимизации суммы квадратов отклонений  $\Delta V_i(t_l)$  от  $\Delta \tilde{V}_i(t_l)$  с регуляризацией:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p (\omega_{il} (\Delta V_i(t_l) - \Delta \tilde{V}_i(t_l)))^2 + \sum_{m=1}^{M+K} \gamma_m (b_m - b_m^0)^2 \rightarrow \min_{b_m}. \quad (4)$$

Обозначим  $\delta(V_{il}) = \Delta V_i(t_l) - \Delta \tilde{V}_i(t_l)$ . Если линеаризовать  $\delta(V_{il})$  по  $\mathbf{b}$  в окрестности  $\mathbf{b}^0$ , взять производные от (4) по  $\Delta b_m$  и приравнять их к нулю, то получим, что минимизация (4) сводится к решению СЛАУ вида  $\mathbf{A} \Delta \mathbf{b} = \mathbf{F}$ , где элементы матрицы  $\mathbf{A}$  и вектора  $\mathbf{F}$  выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} A_{qj} = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \frac{\partial \delta(V_{il})}{\partial b_q} \frac{\partial \delta(V_{il})}{\partial b_j}, \quad q \neq j \\ A_{qq} = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \left( \frac{\partial \delta(V_{il})}{\partial b_q} \right)^2 + \gamma_q \end{cases}, \quad F_q = - \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \delta(V_{il}(\mathbf{b}^0)) \frac{\partial \delta(V_{il})}{\partial b_q},$$

где  $q = 1 \dots M + K$ ,  $j = 1 \dots M + K$ , а производную  $\frac{\partial \delta(V_{il})}{\partial b_j}$  можно определить как

$$\frac{\partial \delta(V_{il})}{\partial b_j} = \frac{\delta(V_{il}(\mathbf{b}^0 + d\mathbf{b}_j)) - \delta(V_{il}(\mathbf{b}^0))}{db_j}. \quad \text{Воспользуемся представлением сигналов в}$$

виде (2). Тогда матрицу  $\mathbf{A}$  и вектор  $\mathbf{F}$  можно представить в блочном виде:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A^1 & A^2 \\ (A^2)^T & A^3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} F^1 \\ F^2 \end{pmatrix}.$$

Элементы этих блоков определяются следующими формулами:

$$\begin{cases} A_{gs}^1 = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \Delta W_{ig} \Delta W_{is} \beta_g(t_l) \beta_s(t_l), g \neq s \\ A_{gg}^1 = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 (\Delta W_{ig})^2 \beta_g^2(t_l) + \gamma_g \end{cases},$$

$$A_{gc}^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \frac{(\alpha_c - \alpha_{c+1})}{d\Delta x_c} \Delta W_{ig} \Delta \bar{W}_{ic} \beta_g(t_l) \beta_c(t_l),$$

$$\begin{cases} A_{jc}^3 = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \frac{(\alpha_j - \alpha_{j+1})}{d\Delta x_j} \frac{(\alpha_c - \alpha_{c+1})}{d\Delta x_c} \Delta \bar{W}_{ij} \Delta \bar{W}_{ic} \beta_j(t_l) \beta_c(t_l), j \neq c \\ A_{jj}^3 = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \left( \frac{(\alpha_j - \alpha_{j+1})}{d\Delta x_j} \Delta \bar{W}_{ij} \right)^2 \beta_j^2(t_l) + \gamma_j \end{cases},$$

$$F_g^1 = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 (\Delta \tilde{V}_i(t_l) - \Delta V_{il}(\mathbf{b}^0)) \Delta W_{ig} \beta_g(t_l),$$

$$F_j^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 (\Delta \tilde{V}_i(t_l) - \Delta V_{il}(\mathbf{b}^0)) \frac{(\alpha_j - \alpha_{j+1})}{d\Delta x_j} \Delta \bar{W}_{ij} \beta_j(t_l),$$

$$g = 1 \dots M, s = 1 \dots M, c = 1 \dots K, j = 1 \dots K, \beta_k(t_l) = \beta_{k+1}(t_l).$$

Здесь  $\Delta \bar{W}_{ik}$  – значения сигнала ВП в  $i$ -м приемнике, рассчитанные с использованием функции, которая является решением задачи, аналогичной (3), при смещении на  $\Delta x_k$  границы между соответствующими подобластями.

Таким образом, геометрическая инверсия представляет собой итерационный процесс, на каждой итерации выполняется расчет полей влияния параметров геоэлектрической модели и по найденным на очередной итерации значениям параметров строится новая геоэлектрическая модель. Если на очередной итерации процесса поиска минимума функционала (4) получается решение, которое приводит к отрицательным значениям поляризуемости в подобластях или требует слишком сильно изменить размер подобласти, то возникает необходимость усиления соответствующей регуляризационной добавки, которая позволяет скорректировать полученное решение. Процесс регуляризации выглядит следующим образом: значениям  $\gamma_m, b_m^0$  из соотношения (4) присваивается начальное значение. Значения  $b_m^0$  выбираются исходя из того, к каким величинам мы хотим «подтянуть» получаемое решение. Если какая-то  $k$ -я компонента решения не удовлетворяет требованиям адекватности, то соответствующая этой компоненте величина  $\gamma_k$  увеличивается в два раза и заново решается СЛАУ.

В третьей главе приведены результаты верификации решения прямой задачи путем сравнения с результатами работы программы Mars1D (Пестерев И.Ю.) и результаты решения обратной задачи на синтетических аналогах полевых данных, полученных с использованием трехмерных геоэлектрических моделей. Результаты верификации подтвердили правильность реализации разработанных процедур.

В четвертой главе проводится сравнение разработанного алгоритма с алгоритмом, основанным на восстановлении параметров поляризуемости в ячеистой структуре, приводятся примеры использования разработанной программы в различных ситуациях, возникающих при решении практических задач.

Проведенное сравнение двух подходов к выполнению 3D-инверсии данных ВП (подхода, реализующего 3D-инверсию в ячеистой структуре с фиксированными границами, и подхода, реализующего геометрическую 3D-инверсию) показало преимущества геометрической инверсии. Сравнение проводилось на примере геоэлектрической модели, приведенной на рисунке 1а. Вмещающая среда является горизонтально-слоистой, во второй слой с фоновой поляризуемостью 0.05 помещено четыре объекта. Объекты В1 и В4 совпадают по значению поляризуемости с вмещающим слоем, но отличаются по значению проводимости. Объект В2 совпадает по значению проводимости с вмещающим слоем, но отличается по значению поляризуемости. Объект В3 отличается от вмещающего слоя и по проводимости, и по поляризуемости. В качестве практических данных использовались данные, полученные в результате моделирования трехмерного поля. Практические данные моделировались вдоль трех профилей, расположенных над исследуемой областью, положение профилей показано на рисунке 1а пунктирной линией. Для геометрической 3D-инверсии была выбрана блочная структура, приведенная на рисунке 1б.

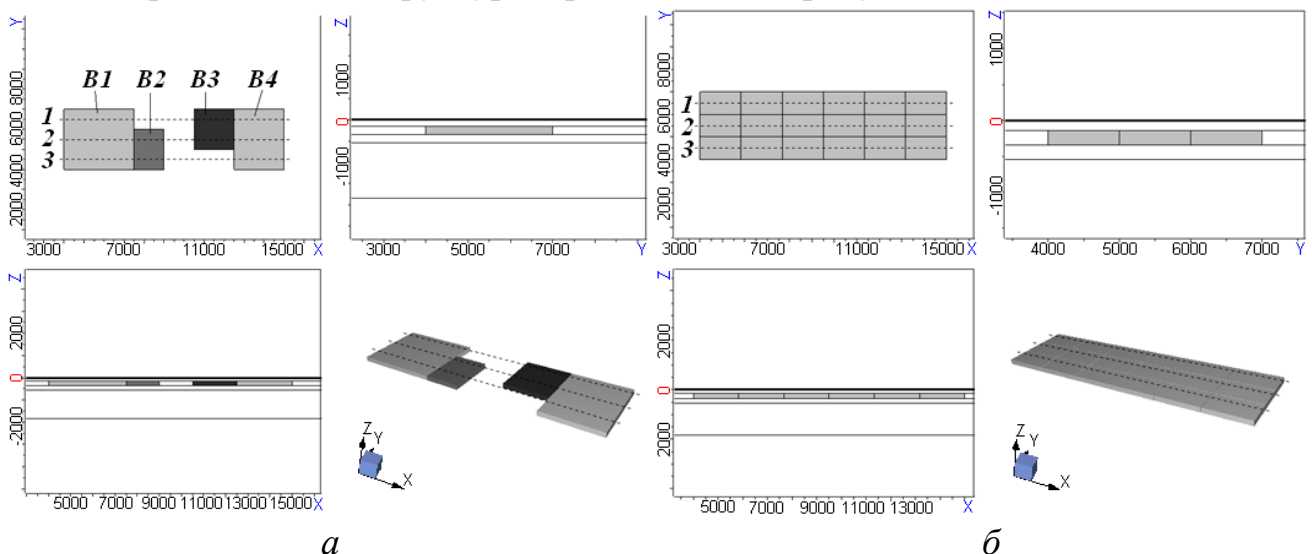


Рисунок 1 – Истинная геоэлектрическая модель (а) и блочная структура (б)

Результат применения разработанной вычислительной схемы показан на рисунке 2 (а). На рисунке 2 (б) приведены отклонения на третьем профиле рассчитанных значений разности потенциалов от истинных на разных итерациях.

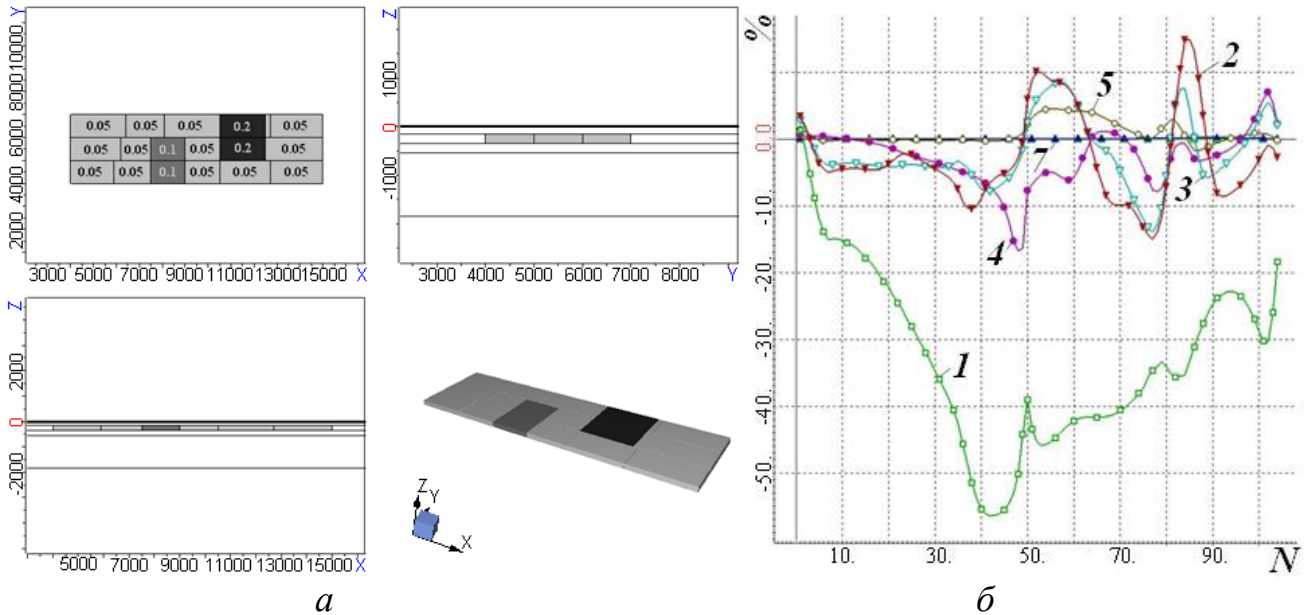


Рисунок 2 – Восстановленная с помощью геометрической инверсии модель (а). Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса геометрической инверсии на третьем профиле (б)

Удалось точно определить положение аномальных по поляризуемости объектов и величину их поляризуемости. Начальное значение функционала невязки равно  $9.72 \cdot 10^{-4}$ , конечное значение функционала невязки (после семи итераций) равно  $1.62 \cdot 10^{-13}$ .

Результат работы алгоритма, основанного на восстановлении параметров поляризуемости в ячеистой структуре с фиксированными границами, приведен на рисунке 3. Распределение поляризуемости получилось «пестрым», границы объектов восстановить не удалось, и при этом появились «ложные» объекты с повышенным значением поляризуемости.

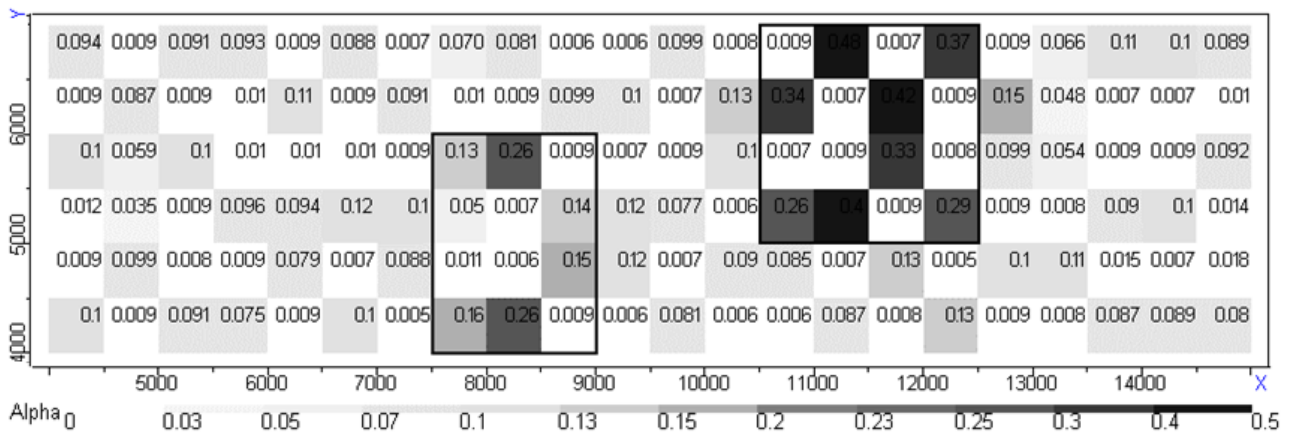


Рисунок 3 – Результат применения алгоритма, основанного на поиске поляризуемости в ячеистой структуре

Улучшить ситуацию помогло использование процедуры сглаживания, то есть добавления дополнительного ограничения, требующего, чтобы значения в соседних ячейках отличались не более чем в заданное число раз. Процедура сглаживания помогла избавиться от «пестроты», получить значения поляризуемости ближе к истинным, но границы объектов остались размытыми (рисунок 4).

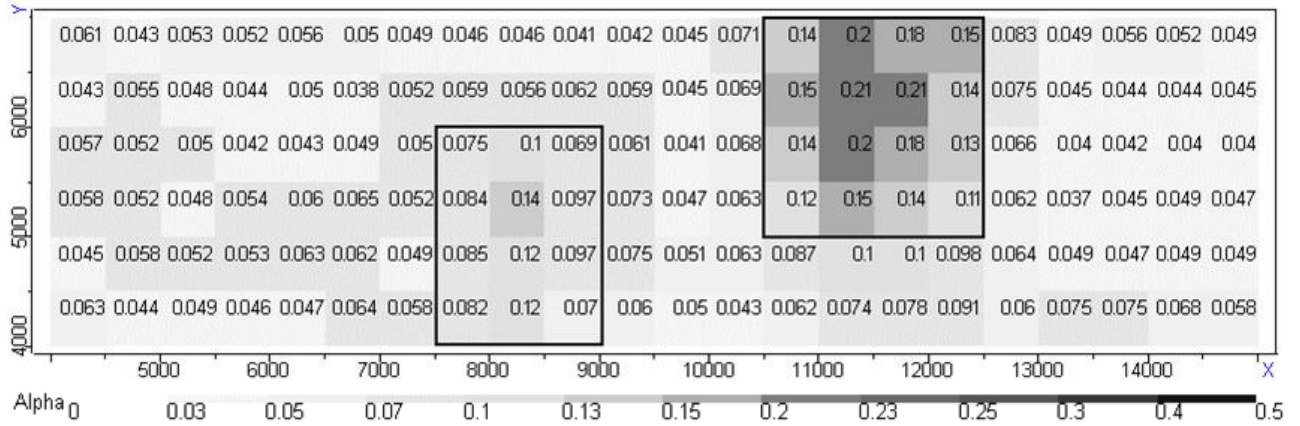


Рисунок 4 – Результат работы алгоритма, основанного на поиске поляризуемости в ячеистой структуре, с применением сглаживания

При этом рассчитанные сигналы поля ВП от «пестрой» модели без сглаживания оказались ближе к «практическим» (рисунок 5).

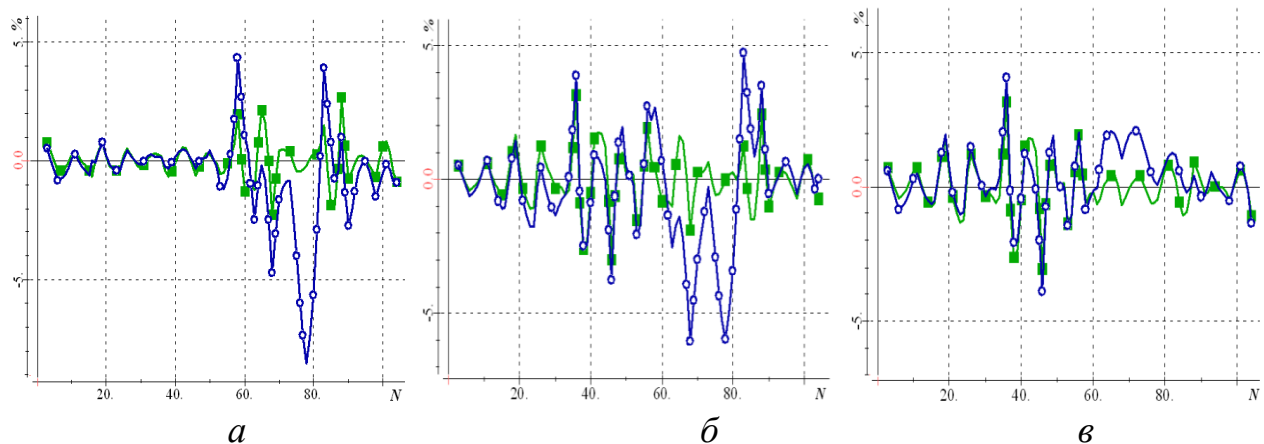


Рисунок 5 – Отклонение значений разности потенциалов, полученных для «пестрой» модели и модели со сглаживанием, от истинных значений разности потенциалов на первом (*a*), втором (*б*), третьем (*в*) профилях (закрашенные квадратные метки – «пестрая» модель, не закрашенные круглые метки - модель с применением сглаживания)

Адекватность и точность геометрической 3D-инверсии была продемонстрирована также на ряде примеров с более сложной структурой зон аномальной поляризуемости.

**Пятая глава** содержит описание разработанного программного комплекса. Приводится структура программного комплекса, основные модули и структура данных.

Общая структура программного комплекса приведена на рисунке 6.

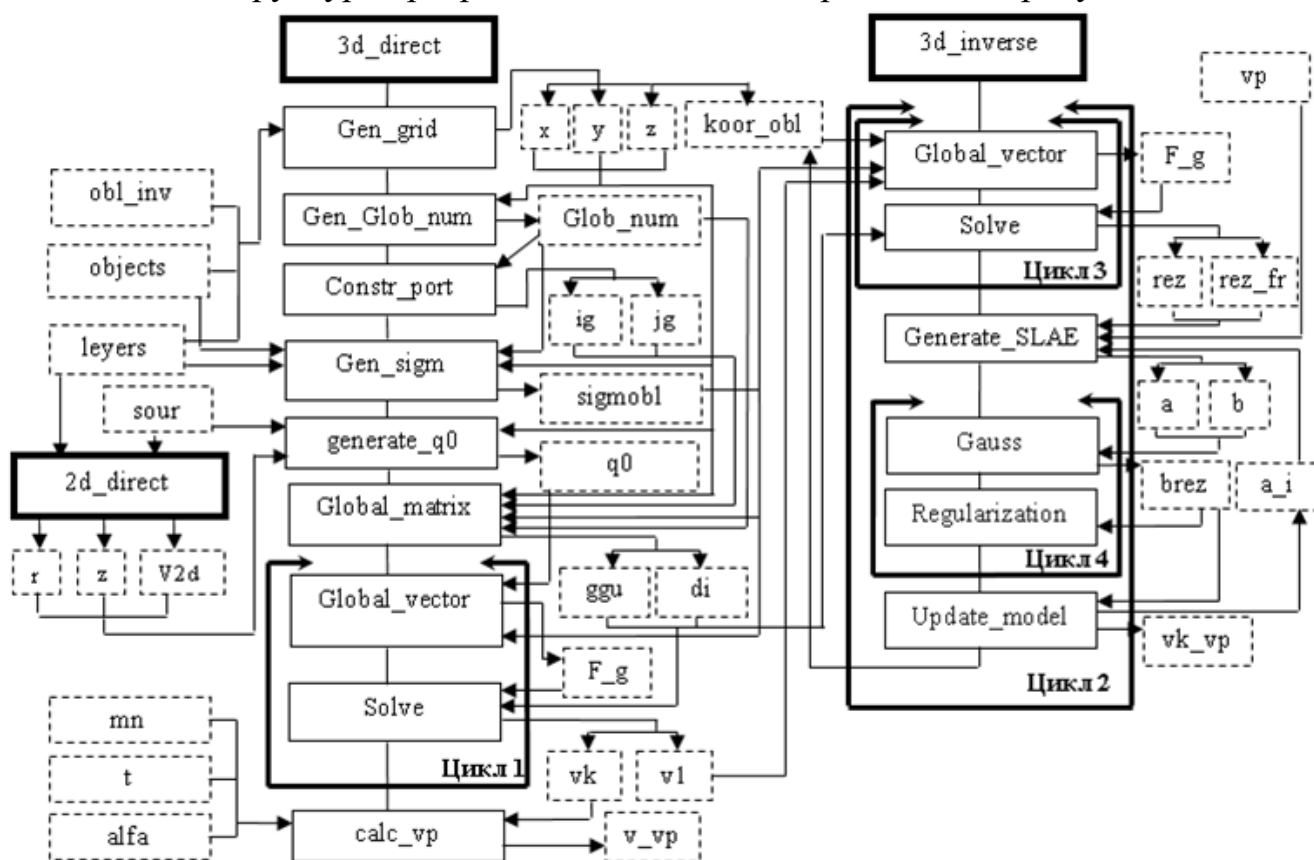


Рисунок 6 – Общая структура программного комплекса

Программный комплекс содержит три основных модуля: модуль решения двумерной задачи 2d\_direct, модуль решения прямой трехмерной задачи вызванной поляризации 3d\_direct, модуль решения обратной задачи вызванной поляризации 3d\_inverse.

Прямоугольниками со сплошными линиями на рисунке 6 показаны основные модули, прямоугольниками с пунктирными линиями обозначены структуры данных, стрелками показаны связи между структурами данных и модулями. Стрелка, направленная от структуры данных к модулю, обозначает передачу данных в модуль. Стрелка, направленная от модуля, указывает на возвращаемые модулем данные. Входными данными программного комплекса являются: измеренные практические данные ВП; характеристики системы наблюдений; параметры блочной структуры. Выходными данными являются: параметры подобранной геоэлектрической модели; рассчитанные сигналы поля ВП на приемных линиях.

Входные данные могут быть сгенерированы пользователем с помощью стороннего программного модуля «Интерфейсная часть информационно-программной системы 3D-обработки данных геологоразведки»<sup>1</sup>, позволяющего в удобном формате строить стартовые модели и задавать систему наблюдений. С помощью этого же программного модуля можно визуализировать результаты.

Программный комплекс может быть запущен в двух режимах: режим решения прямой задачи, позволяющий моделировать сигналы ВП для заданной геоэлектрической модели, и режим решения обратной задачи, позволяющий искать параметры среды по измеренным сигналам поля ВП.

Способность программного комплекса GInIP решать практические задачи была проверена следующим образом. На основе результатов анализа данных дифференциально-нормированного метода электроразведки (ДНМЭ), полученных на одном из нефтяных месторождений, была построена трехмерная геоэлектрическая модель, характерная для условий северного Прикаспия. Геоэлектрическая модель включала в себя трехмерные неоднородности проводимости и поляризуемости сложной формы, расположенные в семислойном разрезе:  $h_1=50$  м,  $\rho_1=3$  Ом·м,  $h_2=50$  м,  $\rho_2=5$  Ом·м,  $h_3=80$  м,  $\rho_3=1$  Ом·м,  $h_4=80$  м,  $\rho_4=4$  Ом·м,  $h_5=200$  м,  $\rho_5=1$  Ом·м,  $h_6=800$  м,  $\rho_6=2$  Ом·м,  $h_7=\infty$ ,  $\rho_7=10000$  Ом·м. Общий вид трехмерных неоднородностей показан на рисунке 7, целевой объект расположен в 5-м геоэлектрическом слое и его влияние в сигнале смешано с перекрывающимися неоднородностями проводимости и поляризуемости в верхних слоях.

С помощью модуля программного комплекса «Информационно-программная система обработки данных для сопровождения электромагнитных технологий геологоразведки»<sup>2</sup>, реализующего расчет процессов становления поля, возбуждаемых гальваническими источниками в трехмерной среде, и представленного в данной работе программного комплекса GInIP (запущенного в режиме прямой задачи) были синтезированы данные ДНМЭ («практические» данные) вдоль 6 профилей, показанных на рисунке 7.

---

<sup>1</sup> Персова М.Г. Интерфейсная часть информационно-программной системы 3D-обработки данных геологоразведки / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Д.В. Вагин, Д.С. Киселев, Н.В. Кондратьев, Ю.И. Кошкина // Свидетельства о государственной регистрации №2018661744 от 14.09.2018 г. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). – 2018.

<sup>2</sup> Персова М.Г. Информационно-программная система обработки данных для сопровождения электромагнитных технологий геологоразведки / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Д.В. Вагин, А.М. Гриф, Д.С. Киселев, Ю.И. Кошкина, И.И. Патрушев, А.П. Сивенкова, Е.И. Симон, М.Г. Токарева // Свидетельство о государственной регистрации № 2019662177 от 12.09.2019 – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). – 2019.



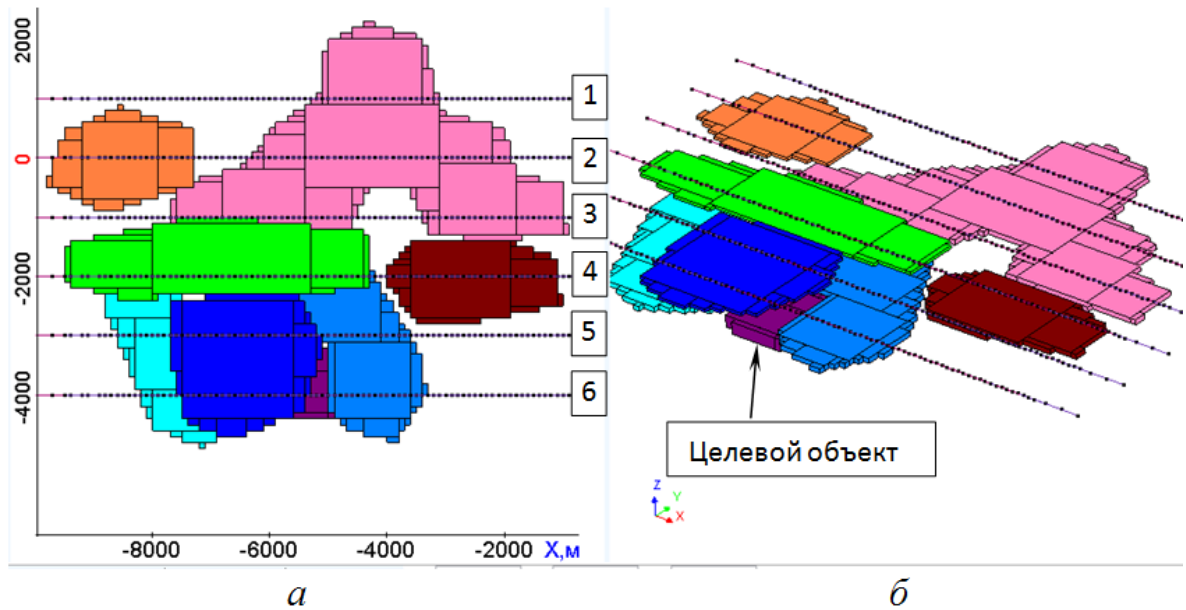


Рисунок 7 – Трехмерные неоднородности, отличные от вмещающей среды по электрофизическим свойствам (сопротивлению и вызванной поляризации):  
(*a*) вид сверху; (*б*) трехмерный вид

Обработка «практических» данных проводилась в два этапа. На первом этапе с помощью соответствующего модуля программного комплекса «Информационно-программная система обработки данных для сопровождения электромагнитных технологий геологоразведки» было выполнено восстановление трехмерной структуры проводимости среды с разделением измеренных сигналов на сигналы становления поля и ВП. На втором этапе с помощью программного комплекса GInP восстанавливалась поляризуемость среды по сигналам ВП, получившимся после вычитания из «практических» данных сигналов становления поля, рассчитанных для полученной на первом этапе трехмерной модели проводимости. Геометрическая 3D-инверсия данных ВП выполнялась с помощью блочной структуры, в которой геометрическими параметрами были координаты границ блоков по оси X и координаты рядов блоков по оси Y. Результаты первого и второго этапов 3D-обработки в виде распределений электрофизических характеристик в блочных структурах двух слоев геоэлектрической модели представлены на рисунке 8.

Из рисунка 8 видно, что, несмотря на наличие существенных перекрывающихся неоднородностей, целевой объект (представленный двумя блоками) четко выделяется, и по положению в плане и по глубине хорошо соответствует целевому объекту истинной модели.

«Практические» сигналы, сигналы становления поля, рассчитанные для 3D-модели проводимости, полученной на первом этапе, а также их разность – выделенные из суммарных сигналов «практические» сигналы ВП, которые используются на втором этапе 3D-обработки, показаны на рисунке 9.

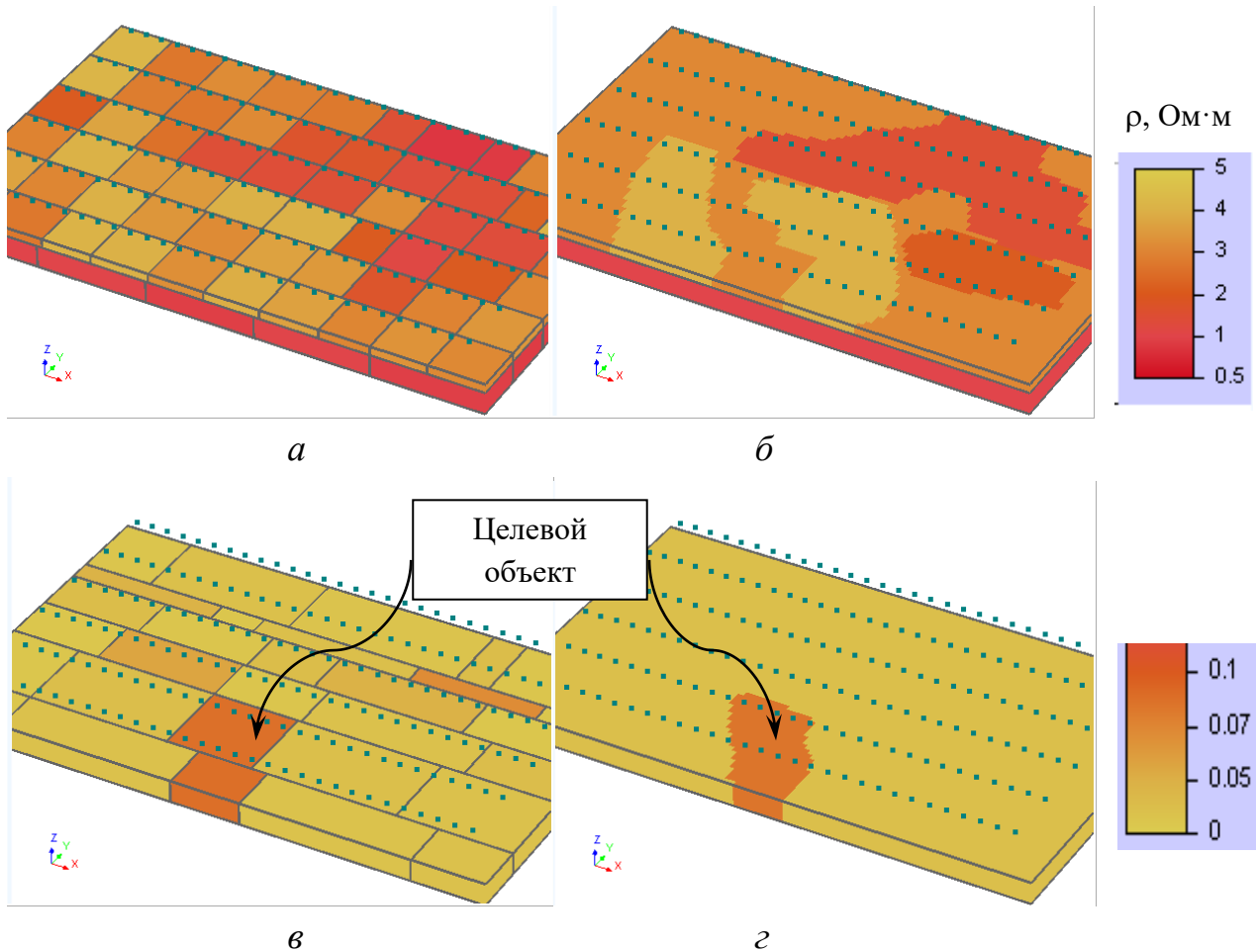


Рисунок 8 – Распределение проводимости в блочной структуре 4-го слоя, полученное на первом этапе 3D-обработки (*a*), и поляризуемости в блочной структуре 5-го слоя, полученное на втором этапе 3D-обработки (*в*), в сравнении с соответствующими распределениями в истинной модели

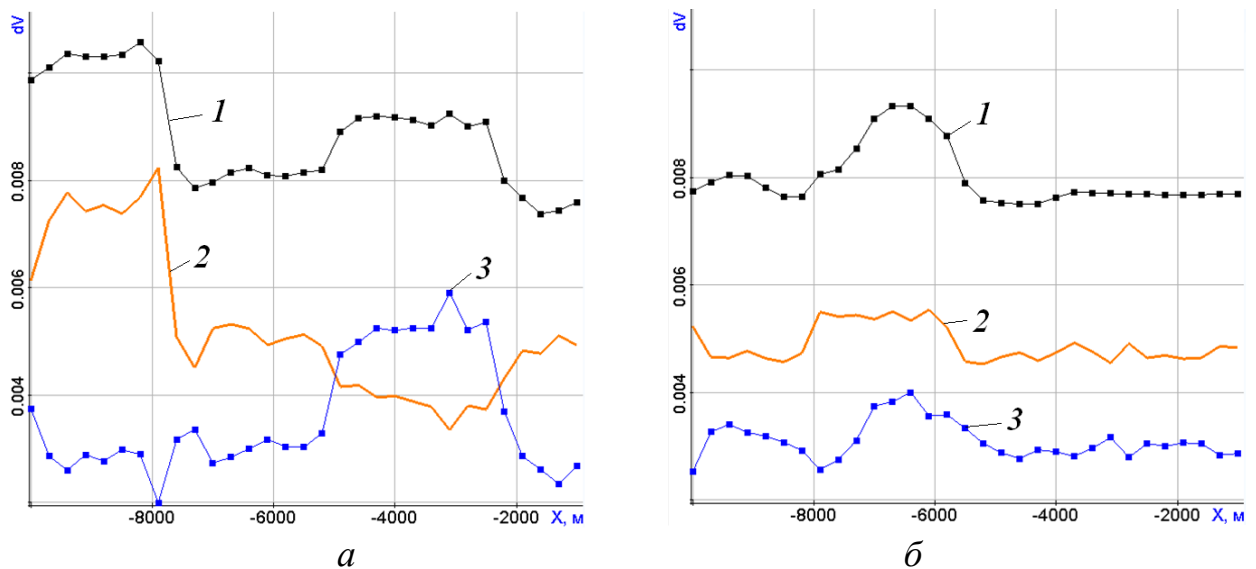


Рисунок 9 – Графики сигналов в момент времени 850 мс вдоль профилей 2 (*a*) и 5 (*б*): 1 – «практические»; 2 – сигналы становления поля от 3D модели проводимости, полученной на первом этапе 3D-обработки; 3 – «практические» сигналы ВП

Представленные сигналы свидетельствуют о том, что без 3D-инверсии невозможно было определить местоположение и глубину целевого объекта. Графики сигналов ВП, полученные на различных итерациях второго этапа, в сравнении с «практическими» и истинными сигналами ВП показаны на рисунке 10. Из представленных результатов видно, что несмотря на то, что на вход второго этапа 3D-обработки подавались сигналы с «шумом» (вызванным неточностью подбора распределения удельного сопротивления на первом этапе), подобранные кривые не повторяют «шумовые» искажения «практических» сигналов и расположены ближе к сигналам для истинной модели.

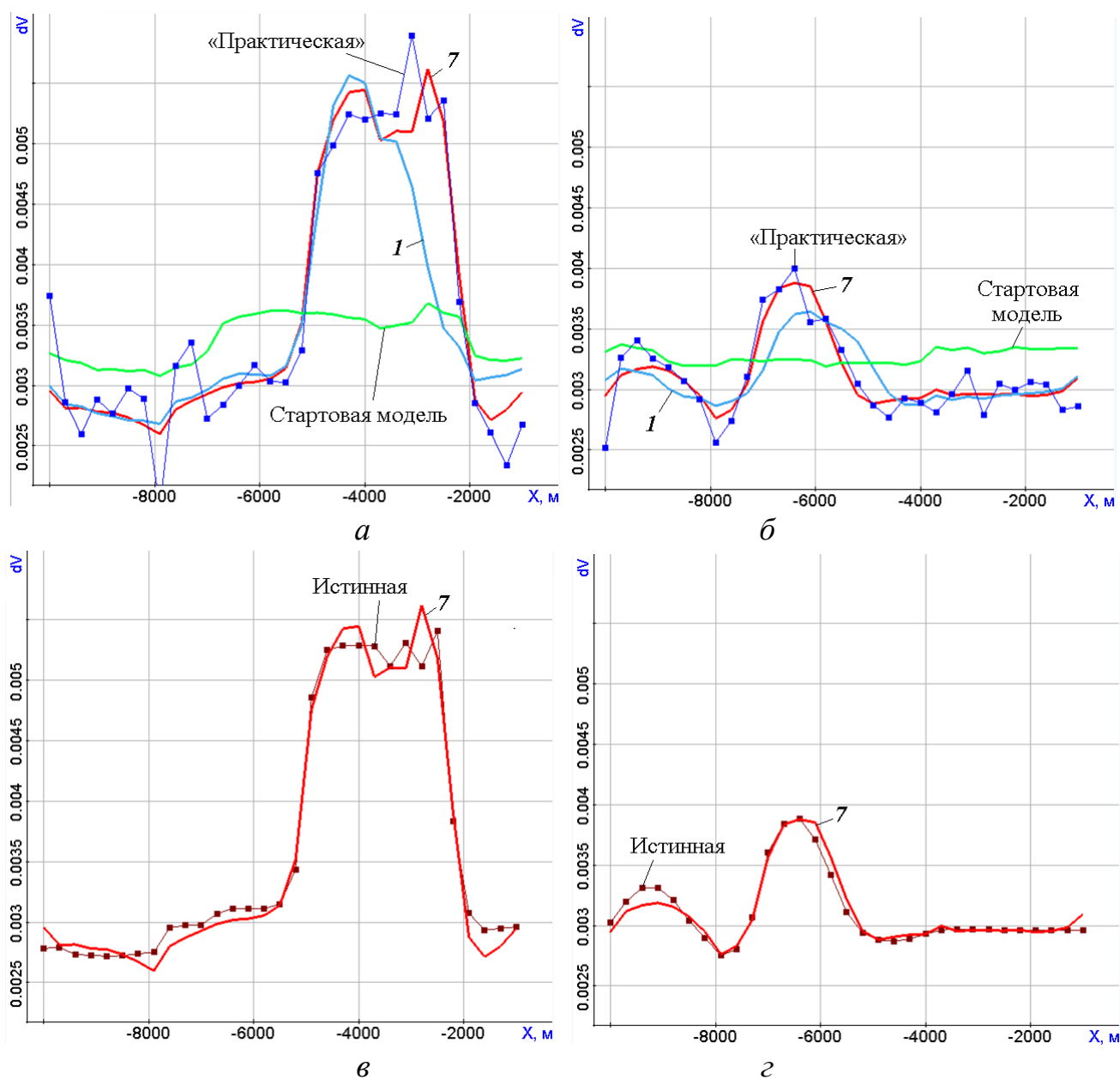


Рисунок 10 – Графики сигналов, рассчитанные от моделей поляризуемости, полученных на различных итерациях второго этапа 3D-обработки, в сравнении с «практическими» сигналами ВП (*a, б*) и сигналами ВП для истинной модели (*в, г*) вдоль второго (*a, в*) и четвертого (*б, г*) профилей

Таким образом, анализ работоспособности программного комплекса GInIP, выполненный с использованием сложных трехмерных геоэлектрических моделей, характерных для месторождений северного Прикаспия, показал, что конфигурация блоков с аномальными свойствами, полученная в результате геометрической 3D-инверсии, хорошо соответствует и в плане и по глубине расположению целевого объекта, даже если отклик от него сопоставим с откликами других 3D-неоднородностей.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результатами проведенных исследований являются.

1. Математическая модель геометрической 3D-инверсии данных вызванной поляризации. Для расчета поля ВП в геоэлектрической среде, получаемой на очередной итерации процесса инверсии, используется модель поля ВП, основанная на задании ЭДС ВП. Эта математическая модель позволяет на порядок повысить вычислительную эффективность расчета трехмерного поля ВП по сравнению с подходами, использующими модель Cole-Cole (частотную дисперсию проводимости). Для построения дискретного аналога используется узловой МКЭ с выделением полей поляризующихся слоев вмещающей горизонтально-слоистой среды и полей отдельных поляризующихся объектов.

2. Алгоритм геометрической 3D-инверсии данных вызванной поляризации, включая параметризацию геоэлектрической модели в зависимости от системы наблюдений и адаптивную регуляризацию, которая ограничивает искомые значения поляризуемости в заданных рамках и не допускает пересечения геометрических границ объектов.

3. Вычислительная схема расчета полей влияния параметров геоэлектрической модели, используемых в процессе выполнения трехмерной геометрической инверсии данных вызванной поляризации.

4. Программный комплекс GInIP, позволяющий моделировать сигналы поля ВП от трехмерной среды, проводить расчет полей влияния параметров геоэлектрической модели, необходимых для геометрической инверсии данных ВП, выполнять автоматическую геометрическую инверсию данных ВП. Структуры данных программного комплекса адаптированы для совместного использования с графическим интерфейсом, что позволяет задавать геоэлектрические модели в удобном формате и визуализировать результаты.

5. Показаны преимущества подхода, реализующего геометрическую 3D-инверсию в блочных структурах с перемещаемыми границами блоков, по сравнению с подходом, реализующим 3D-инверсию в ячеистой структуре.

6. Показана возможность использования разработанных методов для поиска границ аномальных по поляризуемости объектов и определения величины поляризуемости в них в условиях наличия в снимаемых сигналах шума, а также при неточном восстановлении распределения проводимости в исследуемой среде.

## **ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

**Работы, опубликованные в журналах из перечня ВАК ведущих рецензируемых научных изданий для опубликования основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук:**

1. Персова М. Г. О подходе к решению обратной задачи вызванной поляризации при восстановлении границ аномальных по поляризуемости объектов = On an approach to solving induced polarization inverse problems under recovery of boundaries of object with anomalous polarizability / М.Г. Персова, **О.С. Трубачева** // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. - 2015. - № 3 (28). - С. 88-98. - DOI:10.17212/1727-2769-2015-3-88-98.

2. Соловейчик Ю. Г. Математический аппарат и программное обеспечение конечноэлементного 3D-моделирования для сопровождения электромагнитных методов инженерной геофизики = Mathematical apparatus and software of 3D finite element modeling for supporting electromagnetic methods of engineering geophysics / Ю.Г. Соловейчик, М.Г. Персова, Д.В. Вагин, П.А. Домников, **О.С. Трубачева** // Инженерные изыскания. - 2015. – № 10-11. – С. 54–59.

3. Персова М. Г. Применение неконформных сеток с шестигранными ячейками для 3D-моделирования технологий аэроэлектроразведки = Application of non-conforming meshes with hexahedral cells for 3D modelling of airborne electromagnetic technologies / М. Г. Персова, Ю. Г. Соловейчик, Д. В., Киселев Д.С., Кондратьев Н.В., Кошкина Ю.И., **Трубачева О.С.** // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2018. – № 1 (38). – С. 64–79. – DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-64-79

**Работы, опубликованные в журналах, индексируемых в международных информационно-аналитических системах научного цитирования Web of Science и Scopus:**

4. Mogilatov V. Application of the marine circular electric dipole method in high latitude Arctic regions using drifting ice floes / V. Mogilatov, M. Goldman, M. G. Persova, Y. G. Soloveichik, Y. I. Koshkina, **O. S. Trubacheva**, A. Zlobinskiy // Journal of Applied Geophysics. - 2016. – Vol. 135. – P. 17-31. - DOI: 10.1016/j.jappgeo.2016.08.007.

**Работы, опубликованные в изданиях, индексируемых в международных информационно-аналитических системах научного цитирования Web of Science и/или Scopus:**

5. Persova M. G. Geometric 3D inversion application for recovering the polarizability of geoelectric-heterogeneous geological media / M. G. Persova, **O. S. Trubacheva**, Y. G. Soloveichik // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2016) = Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2016): тр. 13 междунар. науч.-техн. конф., Новосибирск, 3–6 окт. 2016 г.: в 12 т. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – Т. 1, ч. 2. – С. 309–312. - ISBN 978-5-7782-2991-4.

6. Persova M. G. Geometrical nonlinear 3D inversion of airborne time domain EM data / M. G. Persova, Y. G. Soloveichik, Y. I. Koshkina, D. V. Vagin, **O. S. Trubacheva** // Near surface geoscience: conference & exhibition: proc., 22 European meet. of environmental and engineering geophysics, Spain, Barcelona, 5–6 Sept. 2016. – Art. TuMIN07. - ISBN 2214-4609. - DOI: 10.3997/2214-4609.201602114.

7. Persova M. G. Intelligent Scheduler for Solution of Forward and Inverse Geoelectrical Problems / Marina G. Persova, Yuri G. Soloveichik, Yulia I. Koshkina, **Olga S. Trubacheva**, Denis V. Vagin, Petr A. Domnikov // Proceedings of IFOST-2016 Part 1: 2016 11th International Forum on Strategic Technology (IFOST), June 1-3, 2016 Novosibirsk, Russia. – pp. 401-405.

8. Persova M. G. Recovery of subvertical target objects differently placed relative to airborne electromagnetic survey profiles in complex media / M. G. Persova, Y. G. Soloveichik, D. V. Vagin, Y. I. Koshkina, **O. S. Trubacheva** // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2018) = Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2018): тр. 14 междунар. науч.-техн. конф., Новосибирск, 2–6 окт. 2018 г.: в 8 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2018. – Т. 1, ч. 4. – С. 226–231. - ISBN (NSTU) 978-5-7782-3614-1.

9. Persova M. G. The approach to parametric nonlinear 3D inversion of electrical prospecting data with the recovery of curvilinear boundaries between geoelectrical layers / M. G. Persova, Y. G. Soloveichik, D. V. Vagin, D. S. Kiselev, N. S. Kondratyeva, **O. S. Trubacheva** // Геомодель 2019 = Geomodel 2019 : 21 науч.-практ. конф. по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа, Геленджик, 9–13 сент. 2019 г. – Москва : EAGE publ., 2019

**Работы, опубликованные в других изданиях:**

10. Персова М.Г. О новом подходе к геометрической 3D-инверсии данных электроразведки с восстановлением параметров сопротивления и поляризуемости во временной области в проводящих средах = A new approach

to geometrical 3D-inversion of geoelectric prospecting data with recovering parameters of resistance and polarizability of a conducting medium in time domain / М. Г. Персова, Ю. Г. Соловейчик, Д. В. Вагин, Ю. И. Кошкина, **О. С. Трубачева** // Вопросы естествознания. - 2016. – № 2 (10). – С. 62-67.

11. Персова М. Г. Применение геометрической 3D-инверсии для восстановления поляризуемости геоэлектрически неоднородной геологической среды / М. Г. Персова, **О. С. Трубачева**, Ю. Г. Соловейчик // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП-2016) = Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE-2016): тр. 13 междунар. науч.-техн. конф., Новосибирск, 3–6 окт. 2016 г. : в 12 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. – Т. 8. – С. 141–144. – ISBN 978-5-7782-2991-4, 978-5-7782-2999-0 (Т. 8).

12. **Трубачева О.С.** О способе поиска аномальных по поляризуемости трехмерных структур / О.С. Трубачева; науч. рук. М.Г. Персова // Наука. Технологии. Инновации: сб. науч. тр.: в 9 ч., Новосибирск, 1–5 дек. 2015 г. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015. – Ч. 2. – С. 75–77. – ISBN 978-5-7782-2768-2; ISBN 978-5-7782-2766-8.

13. Персова М.Г. 3D-инверсия с восстановлением границ аномальных по поляризуемости объектов / М.Г. Персова, **О.С. Трубачева** // Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики (АПВМ-2015): тр. междунар. конф., посвящ. 90-летию со дня рождения акад. Гурия Ивановича Марчука, Новосибирск, Академгородок, 19–23 окт. 2015 г. – Новосибирск: Ин-т выч. мат. и математ. геофизики СО РАН, 2015. – С. 572–576. - 1 электрон.опт. диск (CD-ROM). - Загл. с этикетки. – ISBN 978-5-9905347-2-8.

14. Трубачева О.С. О трехмерной инверсии данных вызванной поляризации / **О.С. Трубачева** // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП-2014) = Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE-2014): тр. 12 междунар. конф., Новосибирск, 2–4 окт. 2014 г.: в 7 т. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2014. – Т. 6. – С. 174–177. – ISBN 978-1-4799-6019-4, ISBN 978-5-7782-2511-4.

15. **Трубачева О.С.** Способ решения трехмерной обратной задачи вызванной поляризации / О.С. Трубачева; науч. рук. М.Г. Персова // Инновации и научно-техническое творчество молодежи: Рос.науч.-техн. конф. [Новосибирск, 24–25 апр. 2014 г.]: материалы конф. – Новосибирск: СибГУТИ, 2014. – С. 365–368.

16. **Трубачева О.С.** Об одном подходе к 3D-инверсии данных вызванной поляризации / О.С. Трубачева; науч. рук. М.Г. Персова // Наука. Технологии. Инновации: материалы Всерос. науч. конф. молодых ученых, Новосибирск, 21–24 нояб. 2013 г.: в 10 ч. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2013. – Ч. 3. – С. 165-168.

**Программы для ЭВМ, зарегистрированные в ФИПС (Роспатент):**

17. **Трубачева О. С.** GInIP / О.С Трубачева, М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик // Свидетельство о государственной регистрации №2016619806 от 30.08.2016 – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). – 2016.

18. Персова М.Г. Модуль решения прямой задачи для технологии морской электроразведки во временной области / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Д.В. Вагин, **О.С. Трубачева** // Свидетельство о государственной регистрации №2018619458 от 07.08.2018 – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). – 2018.

Отпечатано в типографии Новосибирского  
государственного технического университета  
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20,  
Тел./факс (383) 346-08-57

Формат 60x84 1/16. Объем 1,5 п.л., Тираж 100 экз.  
Заказ № 938. Подписано в печать 27.10.2020 г.